



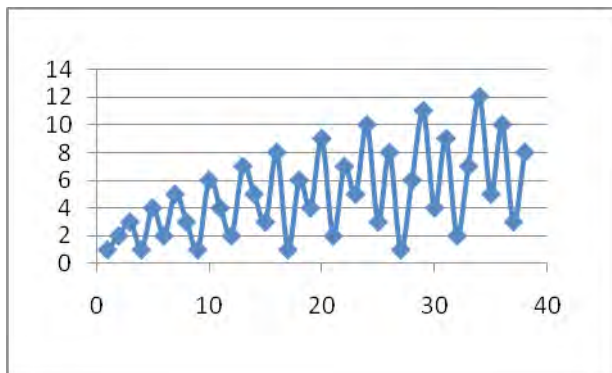
- عنوان طرح: "اثباتی برای حدس کیمبرلینگ درباره دنباله‌های امضاء"
- طراح: متین امینی
- استان: شهر تهران
- واحد آموزشی: دبیرستان استعدادهای درخشان علامه حلی شهر تهران
- دبیر راهنما: مجید جهانگیری

چکیده:

هر دنباله‌ای از اعداد طبیعی که این سه ویژگی را داشته باشد، دنباله دوگانه فراکتال می‌نامیم: اولین عدد دنباله یک است. اگر اولین رخداد هر عدد را در دنباله حذف کنیم دنباله بی تغییر می‌ماند. اگر از همه اعداد دنباله یک واحد کم کنیم و صفرها را حذف کنیم دنباله بی تغییر می‌ماند. اولین پرسشی که به ذهن می‌رسد این است که آیا ساختاری برای توصیف بعضی یا همه دنباله‌های دوگانه فراکتال وجود دارد؟ یکی از روش‌های ساخت این دنباله‌ها روش امضا است که در پایین توضیح می‌دهیم.

مجموعه $\{(i, j) | i, j \in \mathbb{N}\}$ را در نظر بگیرید. ترتیبی روی این مجموعه به شکل زیر تعریف می‌کنیم: فرض کنید x یک عدد حقیقی مثبت باشد. اگر $i_1 - j_1 + 1 < x < i_2 - j_2 + 1$ باشد، آن گاه $(i_2 - j_2, i_1 - j_1) > (i_1 - j_1, i_2 - j_2)$ است. در صورتی که $i_1 - j_1 + 1 = x = i_2 - j_2 + 1$ باشد، آن گاه بر حسب قرارداد در کل دنباله در جایی که تساوی رخ دهد جواب‌ها را بر حسب i و j مرتب می‌کنیم. اگر بتوانیم دنباله را مدل کنیم با توجه به این که شروط دنباله دوگانه فراکتال نسبتاً جزیی هستند ساختار دقیقی خواهیم داشت. با در دست داشتن یک ساختار دقیق بسیار راحت تر می‌توان به ویژگی‌های مربوط به دنباله‌های دوگانه فراکتال یافت. صدق یک دنباله در ساختاری که معرفی می‌کنیم شرط لازم و کافی برای دوگانه فراکتال بودن دنباله است. پس از مدل کردن دنباله با استفاده از آن سه مسئله را بررسی و حل می‌کنیم:

آیا هر دنباله دوگانه فراکتال متناهی قابل گسترش به دنباله دوگانه فراکتال نامتناهی است؟
آیا هر دنباله دوگانه فراکتال متناهی، بی‌نهایت راه برای گسترش به یک دنباله دوگانه فراکتال نامتناهی دارد؟



آیا دنباله‌ای دوگانه فراکتال وجود دارد که دنباله امضا نباشد؟